

SEMINÁŘ Z MATEMATIKY SBÍRKA PŘÍKLADŮ



Mgr. Štěpán Pešička a kolektiv

1 VÝROKOVÁ LOGIKA

1.1 Rozhodněte, zda je uvedená věta *výrokem*. A pokud ano, určete jeho pravdivostní hodnotu.

- a) Bratislava je hlavní město Slovenska.
- b) Číslo pět je sudé.
- c) Školní tabule je vždy černá.
- d) Kolik sudých čísel je menších jak deset?
- e) V každém kosočtverci jsou úhlopříčky shodné a navzájem se půlí.
- f) Brazílie se nachází v Africe.
- g) Nejmenší prvočíslo je číslo tři.
- h) Kéž by bylo číslo 1234 prvočíslo.
- i) Číslo n je dělitelné jedničkou a číslem n .
- j) Každé přirozené číslo je dělitelné číslem jedna.
- k) Existuje přirozené číslo menší jak číslo 5.
- l) Druhá mocnina každého reálného čísla je číslo nezáporné.
- m) Kořenem rovnice $x + 2 = 1$ je záporné číslo.

1.2 Které z uvedených výroků lze označit jako *hypotézy*?

- a) Při přestupu žáka z prvního na druhý stupeň u něj dochází ke zhoršení prospěchu.
- b) Existuje trojúhelník, který není pravoúhlý.
- c) Součet libovolných dvou lichých čísel je číslo sudé.
- d) Dívky dosahují v testech jazykových schopností lepší výkony než chlapci.
- e) Autoritativní styl výchovy rozvíjí v menší míře tvořivost než demokratický styl výchovy.
- f) Pomáhá domácí čtení rozvoji žáka?

1.3 Které z výroků jsou *atomární* výroky a které *složené* výroky?

- a) V každém čtverci jsou úhlopříčky shodné a navzájem se půlí.
- b) Jestliže je libovolné číslo dělitelné číslem 10, pak je toto číslo dělitelné číslem 5.
- c) Číslo 8 je dělitelné číslem 4.
- d) Alespoň jeden člověk má dvě babičky.
- e) Každý člověk má jednu babičku nebo jednoho dědečka.
- f) Číslo π je iracionální.
- g) Voda za běžných podmínek mrzne, právě když její teplota klesne pod 0°C .
- h) Jestliže je občan zletilý, pak může volit nebo být volen.
- i) Jedinou přirozenou oběžnicí Země je Měsíc.

1.4 Rozhodněte, zda se jedná spíše o *výrok* nebo *výrokovou formuli*.

- a) Číslo x je kladné.
- b) Každé reálné číslo je kladné, záporné, nebo rovno nule.
- c) Dnes je pondělí nebo středa.
- d) Jestliže je číslo x záporné, pak číslo x^2 je nezáporné.
- e) Velikonoce v roce 2100 budou v měsíci únor.
- f) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- g) Jestliže řidič řídil automobil, pak nepožil alkohol.
- h) Jestliže je noc, pak v Litvínově svítí pouliční lampy.
- i) On má psa nebo kočku.

1.5 Přečtěte složené výroky (formule): $A \wedge B$; $A \vee B$; $A \Rightarrow B$; $A \Leftrightarrow B$; $\neg A \Rightarrow B$; $A \wedge \neg B$.

- $A \sim$ Číslo 10 je sudé. $B \sim$ Číslo 11 je prvočíslo.
- $A \sim$ Čtverec je rovnoběžník. $B \sim$ Čtverci lze vepsat kružnici.
- $A \sim$ Trojúhelník je ostroúhlý. $B \sim$ Trojúhelník má všechny těžnice shodné.
- $A \sim$ Venku prší. $B \sim$ Venku nesvítí slunce.
- $A \sim$ Mám auto. $B \sim$ Mám chatu.
- $A \sim$ Jana bydlí v Mostě. $B \sim$ Jana nemá chatu.
- $A \sim$ Petr nebydlí v Praze. $B \sim$ Petr nemá bratra.
- $A \sim$ Rovnice je kvadratická. $B \sim$ Rovnice má jediné řešení.
- $A \sim$ Hlavní město Německa je Berlín. $B \sim$ Druhé nejpočetnější město Německa je Hamburg.

1.6 Sestavte tabulku pravdivostních hodnot pro výroky (formule).

- | | |
|---|---|
| a) $A \wedge \neg B$ | j) $A \vee \neg B \Rightarrow \neg A$ |
| b) $\neg A \wedge \neg(\neg B)$ | k) $A \Rightarrow B \wedge \neg A$ |
| c) $\neg(\neg A) \wedge \neg A$ | l) $\neg B \Rightarrow \neg A$ |
| d) $\neg A \vee \neg B$ | m) $\neg(A \Rightarrow \neg B)$ |
| e) $\neg(A \vee \neg B)$ | n) $\neg(\neg(A \wedge B) \Rightarrow \neg(A \vee \neg B))$ |
| f) $\neg(\neg A \vee \neg B) \vee B$ | o) $A \Leftrightarrow \neg B$ |
| g) $\neg A \wedge (\neg A \vee \neg B)$ | p) $A \wedge B \Leftrightarrow \neg(\neg A \vee \neg B)$ |
| h) $A \Rightarrow \neg B$ | q) $(A \Rightarrow B) \vee (\neg A \Leftrightarrow B)$ |
| i) $\neg A \Rightarrow \neg B$ | r) $(A \vee \neg B \Rightarrow \neg A) \wedge (\neg A \Leftrightarrow A \vee \neg B)$ |

1.7 Sestavte tabulku pravdivostních hodnot pro výroky (formule).

- $A \wedge (B \Rightarrow C)$
- $A \wedge B \vee C$
- $(A \Rightarrow B) \wedge (\neg C \Rightarrow \neg B)$
- $(A \Leftrightarrow B) \vee (A \Leftrightarrow C)$
- $\neg A \vee B \wedge C$
- $(A \Rightarrow B) \wedge \neg C \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow (B \vee C)$
- $\neg((B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg B) \Rightarrow (A \wedge B))$
- $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow C$
- $(A \vee B \wedge C) \vee (A \vee B \wedge C)$
- $(B \Rightarrow A \vee C) \vee (C \Rightarrow \neg A \vee \neg B)$
- $(A \wedge B \wedge C) \wedge \neg C$
- $(A \vee B) \Rightarrow (B \wedge C) \Leftrightarrow (\neg A \vee B) \wedge \neg C$
- $\neg(\neg A \vee B \wedge (C \Rightarrow \neg A \wedge \neg B) \vee A)$
- $((A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow C) \Leftrightarrow \neg A$

1.8

Funkce ústavního soudce není slučitelná s funkcí člena parlamentu. (pravdivý)

Soudce Ústavního soudu nelze trestně stíhat. (nepravdivý)

- 1) Určete, které z výroků jsou pravdivé.
 - a) Funkce ústavního soudce není slučitelná s funkcí člena parlamentu a soudce Ústavního soudu nelze trestně stíhat.
 - b) Funkce ústavního soudce není slučitelná s funkcí člena parlamentu a soudce Ústavního soudu lze trestně stíhat.
 - c) Jestliže funkce ústavního soudce není slučitelná s funkcí člena parlamentu, pak soudce Ústavního soudu nelze trestně stíhat.
 - d) Funkce ústavního soudce je slučitelná s funkcí člena parlamentu nebo soudce Ústavního soudu nelze trestně stíhat.
 - 2) Určete, které z výroků jsou nepravdivé.
 - a) Jestliže funkce ústavního soudce není slučitelná s funkcí člena parlamentu, pak soudce Ústavního soudu lze trestně stíhat.
 - b) Funkce ústavního soudce je slučitelná s funkcí člena parlamentu a soudce Ústavního soudu nelze trestně stíhat.
 - c) Funkce ústavního soudce je slučitelná s funkcí člena parlamentu a soudce Ústavního soudu lze trestně stíhat.
 - d) Funkce ústavního soudce není slučitelná s funkcí člena parlamentu právě tehdy, když soudce Ústavního soudu nelze trestně stíhat.
 - 3) Určete, které z výroků jsou pravdivé.
 - a) Funkce ústavního soudce není slučitelná s funkcí člena parlamentu právě tehdy, když soudce Ústavního soudu lze trestně stíhat.
 - b) Funkce ústavního soudce je slučitelná s funkcí člena parlamentu právě tehdy, když soudce Ústavního soudu lze trestně stíhat.
 - c) Funkce ústavního soudce není slučitelná s funkcí člena parlamentu nebo soudce Ústavního soudu nelze trestně stíhat.
 - d) Funkce ústavního soudce není slučitelná s funkcí člena parlamentu nebo soudce Ústavního soudu lze trestně stíhat.
-

Dluh zaniká splněním dluhu. (pravdivý)

Dluhopis musí obsahovat označení eminenta. (pravdivý)

- 4) Určete, které z výroků jsou pravdivé.
 - a) Dluh zaniká splněním dluhu a dluhopis musí obsahovat označení eminenta.
 - b) Dluh zaniká splněním dluhu a dluhopis nemusí obsahovat označení eminenta.
 - c) Dluh nezaniká splněním dluhu a dluhopis musí obsahovat označení eminenta.
 - d) Dluh nezaniká splněním dluhu a dluhopis nemusí obsahovat označení eminenta.
 - 5) Určete, které z výroků jsou nepravdivé.
 - a) Dluh zaniká splněním dluhu nebo dluhopis musí obsahovat označení eminenta.
 - b) Jestliže dluh nezaniká splněním dluhu, pak dluhopis nemusí obsahovat označení eminenta.
 - c) Dluh nezaniká splněním dluhu právě tehdy, když dluhopis nemusí obsahovat označení eminenta.
 - d) Dluh nezaniká splněním dluhu nebo dluhopis nemusí obsahovat označení eminenta.
-

Základní lidská práva jsou nezcizitelná. (pravdivý)

Základní lidská práva jsou nepromlčitelná. (pravdivý)

- 6) Určete, které z následujících výroků jsou pravdivé.
 - a) Základní lidská práva jsou nezcizitelná a nepromlčitelná.
 - b) Základní lidská práva nejsou nezcizitelná a jsou nepromlčitelná.
 - c) Základní lidská práva jsou nezcizitelná nebo nejsou nepromlčitelná.
 - d) Základní lidská práva nejsou nezcizitelná nebo nejsou nepromlčitelná.

- 7) Určete, které z následujících výroků jsou nepravdivé.
- a) Základní lidská práva jsou nezcizitelná a nepromlčitelná.
 - b) Základní lidská práva nejsou nezcizitelná a jsou nepromlčitelná.
 - c) Základní lidská práva jsou nezcizitelná nebo nejsou nepromlčitelná.
 - d) Základní lidská práva nejsou nezcizitelná nebo nejsou nepromlčitelná.
- 8) Určete, které z následujících výroků jsou pravdivé.
- a) Jestliže jsou základní lidská práva nezcizitelná, pak jsou nepromlčitelná.
 - b) Jestliže základní lidská práva nejsou nezcizitelná, pak jsou nepromlčitelná.
 - c) Základní lidská práva jsou nezcizitelná právě tehdy, když jsou nepromlčitelná.
 - d) Základní lidská práva nejsou nezcizitelná právě tehdy, když nejsou nepromlčitelná.
- 9) Určete, které z následujících výroků jsou nepravdivé.
- a) Jestliže jsou základní lidská práva nezcizitelná, pak jsou nepromlčitelná.
 - b) Jestliže základní lidská práva nejsou nezcizitelná, pak jsou nepromlčitelná.
 - c) Základní lidská práva jsou nezcizitelná právě tehdy, když jsou nepromlčitelná.
 - d) Základní lidská práva nejsou nezcizitelná právě tehdy, když jsou nepromlčitelná.
-

Svoboda pohybu je zaručena. (pravdivý)

Svoboda pobytu je zaručena. (pravdivý)

- 10) Určete, které z následujících výroků jsou pravdivé.
- a) Svoboda pohybu a pobytu je zaručena.
 - b) Svoboda pohybu nebo pobytu je zaručena.
 - c) Svoboda pobytu není zaručena a svoboda pohybu je zaručena.
 - d) Svoboda pobytu je zaručena nebo svoboda pohybu není zaručena.
- 11) Určete, které z následujících výroků jsou nepravdivé.
- a) Svoboda pohybu a pobytu je zaručena.
 - b) Svoboda pohybu nebo pobytu není zaručena.
 - c) Svoboda pobytu není zaručena a svoboda pohybu je zaručena.
 - d) Svoboda pobytu je zaručena nebo svoboda pohybu není zaručena.
- 12) Určete, které z následujících výroků jsou pravdivé.
- a) Svoboda pohybu je zaručena právě tehdy, když je zaručena svoboda pobytu.
 - b) Svoboda pohybu není zaručena právě tehdy, když je zaručena svoboda pobytu.
 - c) Svoboda pohybu je zaručena právě tehdy, když není zaručena svoboda pobytu.
 - d) Svoboda pohybu není zaručena právě tehdy, když není zaručena svoboda pobytu.
- 13) Určete, které z následujících výroků jsou nepravdivé.
- a) Svoboda pohybu je zaručena právě tehdy, když není zaručena svoboda pobytu.
 - b) Svoboda pohybu není zaručena právě tehdy, když není zaručena svoboda pobytu.
 - c) Svoboda pohybu je zaručena právě tehdy, když je zaručena svoboda pobytu.
 - d) Svoboda pohybu není zaručena právě tehdy, když je zaručena svoboda pobytu.
-

Ústava ČR může být měněna pouze ústavními zákony. (pravdivý)

Ústava ČR může být měněna nařízením vlády. (nepravdivý)

- 14) Určete, které z následujících výroků jsou pravdivé.
- a) Ústava ČR může být měněna pouze ústavními zákony a nařízením vlády.
 - b) Ústava ČR může být měněna pouze ústavními zákony nebo nařízením vlády.
 - c) Ústava ČR nemůže být měněna pouze ústavními zákony a může být měněna nařízením vlády.
 - d) Ústava ČR může být měněna pouze ústavními zákony a nemůže být měněna nařízením vlády.
- 15) Určete, které z následujících výroků jsou nepravdivé.
- a) Ústava ČR může být měněna pouze ústavními zákony a nařízením vlády.
 - b) Ústava ČR může být měněna pouze ústavními zákony nebo nařízením vlády.
 - c) Ústava ČR nemůže být měněna pouze ústavními zákony nebo nemůže být měněna nařízením vlády.
 - d) Ústava ČR může být měněna pouze ústavními zákony a nemůže být měněna nařízením vlády.
- 16) Určete, které z následujících výroků jsou pravdivé.

- a) Jestliže ústava ČR může být měněna pouze ústavními zákony, pak nemůže být měněna nařízením vlády.
 - b) Jestliže ústava ČR nemůže být měněna pouze ústavními zákony, pak nemůže být měněna nařízením vlády.
 - c) Ústava ČR může být měněna pouze ústavními zákony právě tehdy, když nemůže být měněna nařízením vlády.
 - d) Ústava ČR může být měněna pouze ústavními zákony právě tehdy, když může být měněna nařízením vlády.
- 17) Určete, které z následujících výroků jsou nepravdivé.
- a) Jestliže ústava ČR může být měněna pouze ústavními zákony, pak může být měněna nařízením vlády.
 - b) Jestliže ústava ČR nemůže být měněna pouze ústavními zákony, pak nemůže být měněna nařízením vlády.
 - c) Ústava ČR může být měněna pouze ústavními zákony právě tehdy, když může být měněna nařízením vlády.
 - d) Ústava ČR nemůže být měněna pouze ústavními zákony právě tehdy, když může být měněna nařízením vlády.

1.9 Určete pravdivostní hodnotu složeného výroku.

Petr je student. (pravdivý)

Petr bydlí v Brně. (pravdivý)

Petr je vegetarián. (nepravdivý)

Petr nemá kočku. (nepravdivý)

Petr hraje fotbal. (nepravdivý)

- a) Petr je student a hraje fotbal.
- b) Petr bydlí v Brně a není vegetarián.
- c) Petr je student nebo vegetarián.
- d) Petr nemá kočku a nehraje fotbal.
- e) Petr není student nebo nemá kočku.
- f) Jestli je Petr vegetarián, pak hraje fotbal.
- g) Jestli má Petr kočku, pak nebydlí v Brně.
- h) Petr není student ani vegetarián.
- i) Petr nemá kočku nebo je student a vegetarián.
- j) Jestli Petr nehraje fotbal, tak je student i vegetarián.
- k) Petr není student a má kočku nebo hraje fotbal.
- l) Jestli Petr hraje fotbal, pak je vegetarián a má kočku.

1.10 Převeďte dané formule na logicky ekvivalentní formule obsahující pouze spojky uvedené v závorce:

- | | | |
|--|---------------------------|---------------------|
| a) $\neg A \Rightarrow \neg B$ | i) $(\wedge \neg)$ | ii) $(\vee \neg)$ |
| b) $A \wedge B \Rightarrow \neg C$ | i) $(\wedge \neg)$ | ii) $(\vee \neg)$ |
| c) $A \Leftrightarrow (\neg B \vee C)$ | i) $(\Rightarrow \wedge)$ | ii) $(\wedge \neg)$ |

1.11 Negujte uvedené výroky (formule).

- 1) *Jestliže Tomáš využil práva zpětné koupě, pak musel kupující věc vrátit.*
 - a) Jestliže musel kupující věc vrátit, pak Tomáš využil práva zpětné koupě.
 - b) Tomáš nevyužil práva zpětné koupě a kupující nemusel věc vrátit.
 - c) Kupující nemusel věc vrátit a Tomáš využil práva zpětné koupě.
 - d) Kupující nemusel věc vrátit a Tomáš nevyužil práva zpětné koupě.
- 2) *Eva má psa nebo kočku.*
 - a) Eva nemá psa.
 - b) Eva nemá psa nebo nemá kočku.

- c) Eva nemá psa ani nemá kočku.
- d) Eva má psa právě tehdy, když nemá kočku.
- 3) *Údaje v tomto formuláři jsou úplné a pravdivé.*
 - a) Údaje v tomto formuláři nejsou ani úplné, a nejsou ani pravdivé.
 - b) Údaje v tomto formuláři nejsou úplné nebo nejsou pravdivé.
 - c) Jestliže údaje v tomto formuláři nejsou úplné, pak nejsou pravdivé.
 - d) Údaje v tomto formuláři nejsou úplné a jsou pravdivé.
- 4) *Nemám čas ani peníze.*
 - a) Mám peníze a nemám čas.
 - b) Mám čas i peníze.
 - c) Mám čas nebo mám peníze.
 - d) Mám čas nebo nemám peníze.
 - e) Buď mám čas, nebo mám peníze.
- 5) *Jestliže úspěšně absolvoval ten kurz, pak mu šéf přidal.*
 - a) Jestliže mu šéf přidal, pak absolvoval ten kurz úspěšně.
 - b) Jestliže mu šéf nepřidal, pak ten kurz neabsolvoval úspěšně.
 - c) Absolvoval ten kurz úspěšně a šéf mu nepřidal.
 - d) Neabsolvoval ten kurz úspěšně a šéf mu nepřidal.
- 6) *Buď byl Pavel v kině, nebo byl ve škole.*
 - a) Pavel byl v kině nebo ve škole.
 - b) Jestliže byl Pavel v kině, pak nebyl ve škole.
 - c) Pavel byl v kině, právě když nebyl ve škole.
 - d) Pavel nebyl v kině, právě když nebyl ve škole.
 - e) Pavel nebyl v kině, právě když byl ve škole.
- 7) *Jestliže Ladislavova závěť není podepsána vlastní rukou, je neplatná.*
 - a) Je-li Ladislavova závěť podepsána vlastní rukou, je platná.
 - b) Je-li Ladislavova závěť platná, je podepsána vlastní rukou.
 - c) Ladislavova závěť není podepsána vlastní rukou nebo je neplatná.
 - d) Ladislavova závěť není podepsána vlastní rukou a je platná.

1.12 Negujte uvedené výroky (formule). U implikací formulujte logicky ekvivalentní výrok (formuli).

- a) Dnes je pondělí nebo úterý.
- b) Pavel venku našel korunu a pětikorunu.
- c) Jestliže jel do zahraničí, měl s sebou pas.
- d) Číslo 5 je sudé a kladné.
- e) Jestliže je tma, auta svítí.
- f) Jestliže pan Novák zcizil obraz, byl odsouzen.
- g) Jestliže paní Veselá má doma kočku a kocoura, pak má doma i koťata.
- h) Jestliže lže, pak krade.
- i) Číslo 10 je dělitelné 2, právě když je dělitelné 5.
- j) Jestliže mají stromy listí nebo květy, pak není zima. (*zima míněna jako roční období*)
- k) Jestliže řidič před jízdou požil alkohol, pak neřídil auto ani jiné vozidlo.
- l) Jana má doma počítač a monitor, ale nemá tiskárnu.
- m) Pan Smůla má automobil, ale ne řidičský průkaz.
- n) Paní Novotná má manžela, a jestliže má i tchýni, pak je šťastná.
- o) Jestliže jsem plnoletý a občan ČR, pak mohu volit a být zvolen.
- p) Venku mrzne, právě když klesne teplota pod bod mrazu.
- q) Petr má kočku nebo psa tehdy a jen tehdy, když Alena má papouška a křečka.

1.13 Určete, které formule jsou tautologie, resp. kontradikce.

- | | |
|--|--|
| a) $A \vee B \vee (A \wedge B)$ | k) $\neg((B \wedge \neg C) \vee (A \wedge \neg B) \Rightarrow (A \wedge B))$ |
| b) $A \Rightarrow (B \Rightarrow (A \Rightarrow B))$ | l) $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow C$ |
| c) $\neg(A \Leftrightarrow (\neg A \Rightarrow \neg B))$ | m) $(A \vee B \wedge C) \vee (A \vee B \wedge C)$ |
| d) $\neg((A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B))$ | n) $(B \Rightarrow A \vee C) \vee (C \Rightarrow \neg A \vee \neg B)$ |
| e) $A \wedge (B \Rightarrow C)$ | o) $(A \wedge B \wedge C) \wedge \neg C$ |
| f) $A \wedge B \vee C$ | p) $(A \vee B) \Rightarrow (B \wedge C) \Leftrightarrow (\neg A \vee B) \wedge \neg C$ |
| g) $(A \Rightarrow B) \wedge (\neg C \Rightarrow \neg B)$ | q) $\neg(\neg A \vee B \wedge (C \Rightarrow \neg A \wedge \neg B) \vee A)$ |
| h) $(A \Leftrightarrow B) \vee (A \Leftrightarrow C)$ | r) $((A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow C) \Leftrightarrow \neg A$ |
| i) $\neg A \vee B \wedge C$ | |
| j) $(A \Rightarrow B) \wedge \neg C \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow (B \vee C)$ | |

1.14 Zjednodušte výroky (formule).

- $(A \vee B) \wedge \neg(\neg A \vee \neg B)$
- $\neg(A \Rightarrow B) \wedge \neg(B \Rightarrow A)$
- $\neg[\neg(\neg(\neg(A \Rightarrow \neg B))) \vee \neg(\neg A \wedge \neg B)]$
- $\neg(A \Rightarrow B) \vee \neg(B \Rightarrow A)$
- $\neg(A \Rightarrow \neg A) \Leftrightarrow \neg(\neg B \Rightarrow \neg A)$
- $\neg A \vee \neg B \Rightarrow (\neg A \wedge \neg B)$
- $\neg(A \Leftrightarrow (\neg A \Rightarrow \neg B))$
- $\neg((A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B))$

1.15 Negujte výroky (formule).

- | | |
|--|--|
| a) Alespoň pět žáků doneslo referát. | k) Alespoň třicet uchazečů splnilo všechny podmínky. |
| b) Akce se zúčastnilo nejvýše 20 osob. | l) Minimálně čtyři kolegové nejeli letos na školení. |
| c) Nejméně sedm cestujících nemělo platný doklad. | m) Maximálně pět restaurací bylo v pořádku. |
| d) Alespoň tři řidiči nadýchlali zbytkový alkohol. | n) Nejvýše pět kandidátů se nezaregistrovalo včas. |
| e) Právě dvě maturantky se odvolaly. | o) Alespoň sto parcel se prodalo. |
| f) Alespoň osm prodejců mělo všechna povolení. | p) Právě sedm žádostí bylo vyřízeno kladně. |
| g) Nejvýše tři zákazníci nebyli spokojeni. | |
| h) Alespoň dvacet respondentů neodpovědělo vůbec. | |
| i) Právě jeden žák dorazil pozdě. | |
| j) Nejvýše šest projektů mělo nějakou chybu. | |

1.16 Kvantifikujte výrokové formule (použijte vhodnou množinu). Uveďte všechny možnosti. Pokuste se zapsat symbolicky a určit pak pravdivostní hodnotu výroku.

- Číslo n je sudé.
- Číslo m je liché.
- Číslo x je kladné.
- Číslo d je dělitelné číslem dvě nebo číslem tři.
- Číslo $x + y$ je nezáporné.
- Jestliže je číslo n sudé, pak je číslo n dělitelné číslem 2.
- Číslo x je kladné, právě když je číslo $-x$ záporné.
- Jestliže je číslo m kladné, pak je číslo m^2 kladné.
- Číslo a je kladné nebo dělitelné číslem 3.
- Jestliže jsou čísla x a y kladná, pak číslo $x \cdot y$ je kladné.
- Jestliže je číslo $x \cdot y$ kladné, pak jsou čísla x a y kladná.
- Druhá odmocnina z čísla n je přirozené číslo.
- Číslo n je dělitelné číslem jedna a samo sebou.
- Číslo n je dělitelné číslem tři a čtyři.
- Jestliže je číslo dělitelné číslem 2 a číslem 3, pak je i dělitelné číslem 6.
- Číslo n je dělitelné číslem dvě nebo číslem tři, právě když je dělitelné číslem 6.
- Jestliže číslo n není dělitelné dvěma, pak není dělitelné čtyřmi.
- Číslo x kladné a číslo y záporné, právě když číslo $x \cdot y$ je záporné.
- Číslo $m \cdot n$ je dělitelné číslem 2, právě když je číslem 2 dělitelné číslo m a číslo n .
- Jestliže je funkce f klesající, pak je omezená.
- Jestliže je funkce f omezená a monotónní, pak nemá extrém.

1.17 Rozhodněte, zda formule byly kvantifikovány správně. Pokud nebyly, kvantifikujte je správně. Pokuste se určit pravdivostní hodnotu výroku. Rozhodněte o pravdivostní hodnotě výroku, pokud se změní množina.

- | | |
|---|--|
| a) $(\exists n \in \mathbb{N}) n < 0$ | g) $(\exists t \in \mathbb{Z}) t > 0 \vee t < 0$ |
| b) $(\exists x \in \mathbb{N}) x > 0$ | h) $(\exists x \in \mathbb{R}) x \geq 0 \vee y \geq 0$ |
| c) $(\forall n \in \mathbb{N}) x \geq 0$ | i) $(\forall n \in \mathbb{N}) n \geq 0 \Rightarrow n > 0$ |
| d) $(\exists! n \in \mathbb{N}) x \leq 1$ | j) $(\forall x \in \mathbb{R}) x \geq 0 \Rightarrow y \geq 0$ |
| e) $(\forall z \in \mathbb{Z}) z \geq 0$ | k) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{Z}) x \geq 0$ |
| f) $(\exists z \in \mathbb{Z}) z \geq 0 \wedge z \leq 0$ | l) $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists z \in \mathbb{Z}) x + y \leq z$ |
| m) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y, z \in \mathbb{R}) x < y \wedge x < z \Rightarrow x < y + z$ | |
| n) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) x < y \wedge y < z \Rightarrow x < z$ | |

1.18 Negujte výroky. Pokuste se určit pravdivostní hodnotu negace.

- | | |
|--|---|
| a) $(\exists n \in \mathbb{N}) n \geq 10$ | d) $(\forall x \in \mathbb{Q}) \frac{1}{2} x < x$ |
| b) $(\forall n \in \mathbb{N}) 5 \mid n$ | e) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) x < y$ |
| c) $(\exists z \in \mathbb{Z}) z + 5 = 15$ | f) $(\forall n \in \mathbb{Z})(\exists m \in \mathbb{Z}) n + m = 0$ |

- | | |
|---|--|
| g) $(\exists n \in \mathbb{Z})(\forall m \in \mathbb{Z}) n + m = m$ | m) $(\exists n \in \mathbb{N})(\exists m \in \mathbb{N}) 2 \mid n \wedge 2 \mid m \Leftrightarrow 2 \mid mn$ |
| h) $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) x \geq y$ | n) $(\exists n \in \mathbb{N}) 2 \mid n \wedge 4 \nmid n$ |
| i) $(\forall n \in \mathbb{N}) 4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n$ | o) $(\exists x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) x \cdot y = y$ |
| j) $(\exists n \in \mathbb{N}) 10 \mid n \Rightarrow 5 \nmid n$ | p) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) x \cdot y = y \cdot x$ |
| k) $(\forall a \in \mathbb{N}) 3 \nmid a \Rightarrow 6 \nmid a$ | q) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) x^2 + y^2 < 0$ |
| l) $(\forall n \in \mathbb{N}) 2 \mid n \Leftrightarrow 2 \mid n^2$ | r) $(\exists x \in \mathbb{Z})(\exists y \in \mathbb{Z})(\exists z \in \mathbb{Z}) x^2 + y^2 = z^2$ |

1.19 Určete, jaký kvantifikátor obsahuje každý výrok. Výrok negujte.

- | | |
|--|--------------------------------------|
| a) Někdo má psa. | h) Všichni nosí šálu, ale ne čepici. |
| b) Všichni mají psa. | i) Někdo je levák nebo pravák. |
| c) Všichni mají automobil. | j) Všichni dospělí jsou tmavovlasí. |
| d) Někdo má papouška. | k) Někdo nemá hnědé vlasy. |
| e) Někdo má zahradu a papouška. | l) Každý se narodil v porodnici. |
| f) Nikdo nenosí brýle. | m) Někdo má automobil a zahradu. |
| g) Někdo nosí čepici a brýle. | n) Všichni nosí brýle nebo čepici. |
| o) Jestliže nosí někdo brýle, pak nenosí čepici. | |
| p) Všichni mají dvě babičky a dva dědečky. | |
| q) Každý, kdo má hnědé vlasy, má papouška. | |
| r) Všichni mají psa tehdy a jen tehdy, když nemají automobil. | |
| s) Někdo, kdo je levák, nosí brýle. | |
| t) Každý, kdo nosí čepici a brýle, má automobil a nemá psa. | |
| u) Všichni, kteří nemají zahradu, nosí brýle nebo čepici. | |
| v) Někdo má buď psa, nebo papouška. | |
| w) Každý, kdo nenosí čepici a má hnědé vlasy, tak nemá automobil nebo psa. | |
| x) Někdo má zahradu nebo papouška, právě když nenosí šálu. | |
| y) Všichni nosí čepici, šálu, ale nemají psa a nejsou leváci. | |
| z) Někdo, kdo má psa i papouška, ale nenosí šálu, tak nosí čepici. | |

1.20 Kvantifikujte formule tak, aby z nich byly pravdivé výroky. Preferujte obecný kvantifikátor. (Návod: *Trojúhelník je pravoúhlý. Existuje alespoň jeden pravoúhlý trojúhelník.*)

- | | |
|--|--|
| a) Čtverec má shodné úhlopříčky. | k) Konvexní čtyřúhelník je rovnoběžník. |
| b) Lichoběžník je osově souměrný. | l) Součet dvou sudých čísel je sudé číslo. |
| c) Trojúhelník je středově souměrný. | m) Funkce je sudá. |
| d) Trojúhelník má tři osy souměrnosti. | n) Funkce je rostoucí. |
| e) Rovnoběžník je středově souměrný. | o) Lineární funkce je prostá. |
| f) Prvočíslo je sudé. | p) Funkce je omezená a ryze monotónní. |
| g) Rovnoběžník má 4 osy souměrnosti. | q) Kosoúhlý rovnoběžník má na sebe kolmé úhlopříčky. |
| h) Kružnice má poloměr 3 cm. | r) Pravoúhlý rovnoběžník má shodné úhlopříčky. |
| i) Ortocentrum leží vně trojúhelníku. | |
| j) Čtyřúhelníku lze vepsat kružnici. | |

1.21 Negujte výroky. Při hodu třemi kostkami

- | | |
|--------------------------------------|--|
| a) <i>padla právě jedna šestka</i> | d) <i>padla trojka nebo čtyřka</i> |
| b) <i>padla alespoň jedna šestka</i> | e) <i>padla všechna čísla lichá</i> |
| c) <i>nepadla šestka</i> | f) <i>padlo alespoň jedno číslo sudé</i> |

g) *padla sudá čísla a alespoň jedna šestka*h) *padly tři trojky nebo alespoň dvě čtyřky***1.22** V dílně jsou tři stroje, které pracují podle těchto podmínek:

- a) pracuje-li první stroj, pracuje i druhý stroj,
- b) pracuje druhý nebo třetí stroj nebo pracují oba tyto stroje,
- c) nepracuje-li první stroj, nepracuje ani třetí stroj.

Jaké jsou možnosti pro práci strojů?

1.23 Petr a Pavel čekají před kinem na své spolužáky Adama, Břetislava a Cyrila. Petr tvrdí: „Přijde-li Adam a Břetislav, přijde i Cyril.“ Pavel říká: „Já si myslím, že když přijde Adam a nepřijde Cyril, nepřijde ani Břetislav.“ Na to odpovídá Petr: „To ovšem říkáš totéž co já.“ Rozhodněte, zda oba skutečně říkají totéž.

1.24 Pro provozní dobu tří benzínových stanic A, B, C v určitém místě platí tyto podmínky: vždy je v provozu benzínová stanice A nebo C; stanice C je mimo provoz, právě když je otevřeno ve stanici A; má-li prodejní dobu stanice C, pak stanice A není v provozu a je v činnosti stanice B. Určete všechny možnosti provozu těchto tří benzínových stanic.

1.25 Kapitán Exner vyšetřuje případ vraždy. Vyšetřováním se okruh podezřelých zúžil na tři osoby A, B, C. Jeho podřízení vyslechli podezřelé a o jejich přítomnosti na místě činu v kritické době kapitánovi hlásí: „Jestliže byl v kritické době na místě činu podezřelý C, pak tam nebyl podezřelý A, ale byl tam podezřelý B. Není pravda, že na místě činu nebyl A a přitom tam nebyl C. V době, kdy byl na místě činu podezřelý A, nebyl tam C, a když tam nebyl C, byl tam A.“ Kapitán Exner: „Bohužel, to nám k usvědčení vraha nestačí.“ Poručík Beránek: „No, ještě bezpečně víme, že pachatel byl v kritické době na místě činu sám.“ Kapitán Exner: „To je jiná věc. Jdeme zatknout pachatele.“ Dovedete určit stejně jako kapitán Exner, kdo byl vrahem?

1.26 Vystoupení umělců A, B, C v estrádním pořadu je vázáno těmito podmínkami: Vystoupí A nebo nevystoupí B. Když nevystoupí C, pak nevystoupí A a vystoupí B. Jestliže není pravda, že vystoupí A nebo C, pak určitě vystoupí B. Rozhodněte, zda jsou za těchto podmínek správné úsudky:

- a) Vystoupí-li B, pak vystoupí A i C.
- b) Jestliže vystoupí C a nevystoupí B, pak vystoupí A.
- c) Když nevystoupí ani A, ani B, vystoupí C.
- d) Vystoupí A i C a přitom B nevystoupí.

1.27 Jan, Karel a Petr se dohodli, že se zúčastní výletu za těchto podmínek:

- a) Půjde-li na výlet Karel, půjde i Petr.
- b) Nepůjde-li na výlet Jan, nepůjde ani Petr.
- c) Na výlet půjde Jan nebo Karel.

Jaké jsou možnosti účasti chlapců na výletu?

1.28 Někdo z žáků A, B, C rozbil okno. Bylo zjištěno:

- a) U okna nebyl žák A, nebo tam nebyl B.
- b) Když u okna nebyl B, nebyl tam ani A.
- c) Žák C byl u okna, právě tehdy když tam byl A.

Kdo z žáků rozbil okno?

1.29 Jana se chystá na maturitní ples. Právě proběhla porada o doplňcích k šatům. Hlavní rádci jsou dvě tety a matka. První teta doporučuje brož nebo náhrdelník. Druhá teta náramek nebo brož. Matka je pro náhrdelník nebo náramek. Jana se na plese objevila s náramkem, náhrdelníkem i broží, i když se

jí zdálo, že je to příliš. Chtěla však udělat oběma tetám a matce radost. Splnila skutečně všechna jejich doporučení? Musela si vzít všechny tři doplňky, aby všem vyhověla?

- 1.30** I do města Kocourkova pronikl v poslední době turistický ruch. Městská rada projednávala, jak co nejvíce zvýšit příliv turistů. Byly předloženy tyto návrhy: vybudovat na náměstí kašnu, postavit pomník zakladateli města, vystavět vyhlídkovou věž. Městská pokladna ale není příliš plná, a tak se radní dohodli realizovat nejvýše dva z předložených návrhů. V diskusi vystoupili tři radní. První radní: „Jsem pro jakékoliv řešení, nebudu jen souhlasit s rozhodnutím stavět pomník a nestavět věž.“ Druhý radní: „Budu protestovat jenom tehdy, kdybychom v našem městě stavěli kašnu a nepostavili pomník.“ Třetí radní: „Mně by nevyhovovalo, kdyby v našem městě stála vyhlídková věž a chyběla kašna.“ Městská rada usoudila, že všem třem radním je třeba vyhovět. Co asi v Kocourkově postaví?
- 1.31** Zájemce o zájezd do Středomoří má velmi náročné a poněkud podivínské požadavky na výběr dopravním prostředků. Chtěl by letět letadlem, nebo jet lodí, ale nechce použít oba dopravní prostředky. Navíc by chtěl jet lodí a přitom už necestovat vlakem nebo by si přál jet vlakem a přitom už neletět letadlem. Zoufalý prodejce cestovky mu nabídl dva zájezdy. V prvním byla pouze jízda lodí a vlakem, v druhém pouze let letadlem. Pán si vzal spokojeně druhý z nabídnutých zájezdů. Splňoval tento zájezd jeho přání? Vyhovoval by i první z nabídnutých zájezdů?
- 1.32** Petr je členem školních družstev v házené, kopané, košíkové a lehké atletice. Vzhledem k tomu, že není schopen stihnout své povinnosti ve škole a jeho prospěch není právě nejlepší, rozhodl se, že alespoň jedno z družstev opustí. Nezůstane již členem tří družstev, tj. košíkové, kopané a lehké atletiky, ale aspoň v jednom z nich bude. I nadále zůstane členem družstva házené nebo košíkové, ale v obou současně nezůstal. Navíc ještě odešel z družstva košíkové nebo lehké atletiky. Dnes je Petr ve třech školních družstvech z těch, jejichž členem byl původně. Která to jsou, pokud předpokládáme, že splnil všechna svá předsevzetí? Jaké možnosti by se mu naskýtaly, kdyby chtěl hrát jenom ve dvou z nich a přitom splnil svá předsevzetí?
- 1.33** Rozhodněte, kteří žáci ze čtveřice žáků (označme je A, B, C, D) pojedou na výlet, mají-li být dodrženy všechny tyto podmínky: Pojede alespoň jeden z dvojice B, D, nejvýše jeden z dvojice A, C, alespoň jeden z dvojice A, D a nejvýše jeden z dvojice B, C. Dále je jisto, že B nepojede bez A a že C pojede, pojede-li D.
- 1.34** Při stavbě silnice, která má spojit dvě města, se rozhodovalo, kterými obcemi A, B, C, D má silnice vést. Musejí být splněny následující podmínky:
- Silnice povede obcí B, jestliže povede obcí A.
 - Obcemi A a C silnice povede, jestliže povede obcí D.
 - Silnice povede alespoň jednou z obcí B a C.
 - Obcemi C a D povede buď současně, nebo žádnou z nich.
- Jak silnice povede, aby byly podmínky splněny?
- 1.35** Rozhodněte, zda daný závěr (napsaný tučně) vyplývá z uvedených pravdivých premis:
- Jestli nepřijde do kina, tak dnes dostal pětku. Nedostal dnes pětku. **Přijde do kina.**
 - Jestliže bude mít vyznamenání, pojede do Anglie. Nemá vyznamenání. **Nepojede do Anglie.**
 - Když neudělá uzávěrku včas, nedostane prémii. Když nedostane prémii, manželka bude naštvaná. Dostal prémii. **Manželka nebude naštvaná. Udělal uzávěrku včas.**
 - Když si koupí kočku, nekoupí si rybičky. Papouška si koupí právě tehdy, když si koupí hada. Koupí si hada nebo rybičky. **Nekoupil si papouška. Nekoupil si kočku.**

- e) Když si koupí kočku, nekoupí si rybičky. Papouška si koupí právě tehdy, když si koupí hada. Koupí si hada nebo rybičky. Nekoupil si kočku. **Nekoupil si hada.**
- f) Všechny kovy se teplem roztahují. Měď je kov. **Měď se teplem roztahuje.**
- g) Je doma nebo odešel do kavárny. Je-li doma, pak nás očekává. **Jestliže nás neočekává, pak odešel do kavárny.**
- h) Je-li tento kurs dobrý, pak je užitečný. Buď je přednášející shovívavý, nebo je tento kurs neužitečný. Ale přednášející není shovívavý. **Tento kurs je špatný.**
- i) Některé ženy jsou víly. Všechny ženy mají uši. **Všechny víly mají uši. Některé víly mají uši.**

1.36 Rozhodněte, zda daný závěr (napsaný tučně) vyplývá z uvedených pravdivých premis:

- a) Jablka, která mají červenou barvu, jsou sladká. Červenou barvu mají jen zralá jablka. **Nezralá jablka nejsou sladká. Nesladká jablka nejsou zralá. Sladká jablka jsou zralá.**
- b) Někteří studenti nejsou vegetariáni. Všichni studenti jsou rozumní lidé. **Někteří vegetariáni jsou rozumní lidé. Některé rozumní lidé nejsou vegetariáni.**
- c) Některé ženy jsou víly. Všechny ženy mají uši. **Všechny víly mají uši. Některé víly mají uši.**
- d) Někteří trpaslíci jsou muži. Není pravda, že všichni muži jsou silní. **Někteří trpaslíci nejsou silní. Některé muži jsou silní trpaslíci.**
- e) Všichni jezevci jsou sběratelé umění. Někteří sběratelé umění žijí v norách. **Někteří jezevci žijí v norách.**
- f) Nikdo s fialovými vlasy není mladý. Někteří lidé s fialovými vlasy, pijí mléko. **Někteří lidé, kteří pijí mléko, nejsou mladí.**

1.37 1) Jsou dány platné premisy: *Nemám židli a mám stůl. Nemám skříň nebo nemám stůl.* Který závěr nelze z uvedených premis logicky odvodit?

- a) Jestliže nemám skříň, tak nemám stůl.
- b) Nemám skříň nebo nemám stůl.
- c) Mám skříň nebo nemám židli.
- d) Jestliže mám skříň, tak nemám židli.
- e) Jestliže nemám skříň, tak mám stůl.

2) Jsou dány platné premisy: *Jestliže si budu číst nebo budu studovat, tak nebudu spát. Nebudu studovat.* Který závěr je odvozen správně?

- a) Jestliže si budu číst, tak budu spát.
- b) Nebudu spát nebo si budu číst.
- c) Nebudu si číst nebo nebudu spát.
- d) Budu spát.
- e) Jestliže nebudu spát, tak si budu číst.

3) Premisy: *Nemám židli a mám stůl. Nemám skříň nebo nemám stůl.* Který závěr je logicky správný?

- a) Jestliže nemám skříň, tak nemám stůl.
- b) Nemám skříň nebo nemám stůl.
- c) Mám skříň nebo nemám židli.
- d) Jestliže mám skříň, tak nemám židli.
- e) Jestliže nemám skříň, tak mám stůl.

4) Premisy: *Chovám antilopu nebo nechovám zebra. Nechovám žirafu a chovám zebra. Který závěr je logicky správný?*

- a) Chovám žirafu nebo nechovám zebra.
- b) Nechovám žirafu nebo chovám zebra.
- c) Jestliže nechovám žirafu, nechovám antilopu.
- d) Nechovám žirafu nebo chovám antilopu.
- e) Jestliže chovám žirafu, nechovám antilopu.

5) Premisy: *Všichni studenti jsou na přednášce. Někteří studenti spí. Který závěr je logicky správný?*

- a) Někdo spí a je na přednášce.
- b) Všichni na přednášce spí.
- c) Někdo spí a není na přednášce.
- d) Žádný student nespí.
- e) Někdo je na přednášce a nespí.

6) Premisy: *Všechny minerálky jsou pitné. Žádný džus není pitný. Který závěr je logicky správný?*

- a) Všechny džusy jsou minerálky.
- b) Všechno, co je pitné, jsou minerálky.
- c) Žádná minerálka není džus.
- d) Všechno, co je pitné, jsou džusy.
- e) Nějaký džus je pitný.

1.38 Pro následující premisy vyberte správný závěr:

1) Saša je student. Všichni studenti nosí brýle.

- a) Žádný student nenosí brýle.
- b) Saša nosí brýle.
- c) Saša není student.
- d) Saša je krátkozraký.
- e) Saša nenosí brýle.

2) Někteří hazardéři nejsou inteligentní. Všichni hazardéři jsou obětaví lidé.

- a) Někteří inteligentní lidé se nikdy nestanou hazardéry.
- b) Všichni obětaví lidé nejsou inteligentní.
- c) Všichni hazardéři nejsou obětaví.
- d) Někteří obětaví lidé nejsou inteligentní.
- e) Někteří hazardéři nejsou lidé.

3) Jestliže Jarda nepřišel ke snídani, pak je nemocný. Jarda přišel ke snídani.

- a) Jarda je unavený.
- b) Jarda je doma.
- c) Jarda přišel ke snídani.
- d) Jarda je nemocný.
- e) Jarda není nemocný.

4) Miluji Kláru nebo Miluji Elišku. Pokud miluji Kláru, pak miluji i Elišku.

- a) Nemiluji Elišku.
- b) Miluji Kláru.
- c) Nemiluji ani jednu.
- d) Miluji Elišku.
- e) Miluji Pepu.

- 1.39** V maratonském běhu vedl nejprve závodník A. Závodník B, který se dostal do vedení poté, vydržel ve vedení sotva do čtvrtiny trati, když jej předběhl běžec C. Nakonec, když už k ukončení závodu zbývala méně než čtvrtina trati, se opět ujal vedení závodník A. Kdo vedl v závodě nejdéle?
 a) B a C stejně b) A a B stejně c) A d) C e) B
- 1.40** Tvzení: „Eva se výborně učí.“ Která dvojice informací potvrzuje pravdivost uvedeného tvrzení?
 1. Do tříd A jsou zařazováni pouze výborní žáci.
 2. Pouze výborní žáci dostali na konci roku dárek.
 3. Eva je žákyní třídy 2. B.
 4. Eva dostala na konci roku za své studijní výsledky jako dárek knihu.
 5. Někteří žáci tříd B mají také výborné studijní výsledky.
 a) 3. + 5. b) 2. + 3. c) 1. + 2. d) 4. + 5. e) 2. + 4.
- 1.41** „Všichni zájemci o tento výrobek nebudou uspokojeni.“ Z vyjádření lze jednoznačně usoudit:
 a) Je možné, že se dostane na všechny zájemce o výrobek.
 b) Někteří zájemci o výrobek nemusí být bohužel uspokojeni.
 c) Na některé zájemce o výrobek se určitě nedostane.
 d) Všichni zájemci o výrobek zůstanou neuspokojeni.
 e) Na některé zájemce o výrobek se možná nedostane.
- 1.42** Domorodci na ostrově jsou buď lháři, nebo pravdomluvní. Pravdomluvní mluví pravdu a lháři zásadně lžou. Přistěhovalci někdy lžou, někdy mluví pravdu. Sejdou se A a B. A praví: „B je pravdomluvný.“ B říká: „A není pravdomluvný.“ Vyberte pravdivé tvrzení:
 a) A nemůže být lhář.
 b) A nemůže být přistěhovalec.
 c) B nemůže být pravdomluvný.
 d) A je pravdomluvný.
 e) B může být přistěhovalec.
- 1.43** V jedné ze tří skříněk (zlaté, stříbrné a dřevěné) jsou šperky. Na skřínkách jsou nápisy, z nichž nanejvýš jeden je nepravdivý.
 1. zlatá: „Šperky jsou buď ve stříbrné, nebo v dřevěné skřínce.“
 2. stříbrná: „Nápis na zlaté skřínce je nepravdivý.“
 3. dřevěná: „Šperky jsou v této skřínce.“
 Vyberte pravdivé tvrzení:
 a) Nápisy na zlaté i dřevěné skřínce jsou nepravdivé.
 b) Šperky jsou ve stříbrné skřínce.
 c) Nápis na zlaté skřínce je nepravdivý.
 d) Šperky jsou v dřevěné skřínce.
 e) Šperky jsou ve zlaté skřínce.
- 1.44** Aleš, Bedřich, Cyril, Dušan, Emil a Filip jsou přátelé. Manželka nejmladšího z nich se jmenuje Anna, druhý nejmladší má manželku Boženu, třetí nejmladší Cecílii, čtvrtý Dano, druhý nejstarší Evu a nestarší Františku. Jméno žádné manželky nezačíná stejným písmenem jako jméno manžela. Dále o nich víme:
 1. Cyril je starší než Filip, ale mladší než Emil.
 2. Bedřich, který je mladší než Aleš, nemá za manželku Annu.
 3. Dušanova manželka se jmenuje Eva.

Vyberte pravdivé tvrzení:

- a) Emil nemůže být nejstarší.
- b) Bedřichova manželka určitě není Dana.
- c) Filip je druhý nejmladší.
- d) Aleš je v každém případě nejstarší.
- e) Cyrilova manželka je Božena.

1.45 V dostihu závodilo pět koní, Kulhavý prohrál s Rychlým. Lenivý a Řehtavý doběhli do cíle současně, o deset sekund za Kulhavým a o pět sekund před Vychrtlým. Vyberte správné tvrzení:

- a) Vychrtlý porazil Kulhavého.
- b) Kulhavý získal druhé místo.
- c) Zvítězil Kulhavý.
- d) Vychrtlý byl předposlední.
- e) Řehtavý byl rychlejší než Rychlý.

1.46 V pokladně byly zpronevěřeny peníze. Obvinění byli zaměstnanci A, B a C, neboť jedině oni měli možnost peníze z pokladny vzít. Bylo zjištěno:

- 1. A nemohl vzít peníze bez pomoci B.
- 2. C se tak bojí, že by se bez pomoci společníka do podobné akce nepustil.

Vyberte pravdivé tvrzení:

- a) C je nevinný.
- b) B se na zpronevěře určitě podílel.
- c) A je nevinný.
- d) C a A zpronevěřili peníze společně.
- e) A a B nemohli zpronevěřit peníze společně.

1.47 V Transylvánii žijí čtyři druhy obyvatel: *rozumní lidé*, kteří říkají jen pravdu, *pomatení lidé*, kteří nikdy neřeknou pravdu, *rozumní upíři*, kteří nikdy neřeknou pravdu, *pomatení upíři*, kteří vždy mluví pravdu. Potkáte Transylvánce a ten řekne: „Nejsem rozumný člověk.“ Ke kterému druhu patří?

- a) je to rozumný člověk
- b) je to rozumný upír
- c) je to pomatený upír
- d) je to pomatený člověk

1.48 Skautský oddíl se na noc utábořil v opuštěném seníku. Skautů bylo celkem sedm (Ostroočko, Vlčice, Tesák, Lištička, Bílý Polozub, Beruška a Štětináč). Přitom víme, že vedle sebe leželi v řadě takto:

- Štětináč ležel na kraji.
- Beruška ležela hned vedle Bílého Polozuba.
- Ostroočko ležel druhý z kraje a nebyl vedle Tesáka.
- Lištička ležela uprostřed.

1) Které tvrzení je určitě pravdivé?

- a) Vlčice neležela na kraji.
- b) Tesák neležel na kraji.
- c) Beruška ležela vedle Lištičky.
- d) Bílý Polozub ležel vedle Lištičky.
- e) Štětináč ležel druhý z kraje.

- 2) Vedle koho všeho mohl ležet Tesák?
- a) jen vedle Bílého Polozuba a Berušky
 - b) jen vedle Lištičky a Bílého Polozuba
 - c) jen vedle Bílého Polozuba, Berušky a Lištičky
 - d) jen vedle Vlčice, Štětínáče a Lištičky
 - e) vedle všech kromě Vlčice a Ostroočka
- 3) Kdo všechno mohl ležet vedle Vlčice?
- a) jen Ostroočko
 - b) jen Štětínáč
 - c) jen Ostroočko a Lištička
 - d) jen Ostroočko, Štětínáč a Lištička
 - e) všichni
- 4) Pokud Beruška ležela vedle Lištičky, které pořadí je určitě pravdivé?
- a) Ostroočko, Štětínáč, Vlčice, Lištička, Beruška, Bílý Polozub, Tesák
 - b) Vlčice, Štětínáč, Ostroočko, Lištička, Beruška, Tesák, Bílý Polozub
 - c) Vlčice, Ostroočko, Lištička, Štětínáč, Beruška, Bílý Polozub, Tesák
 - d) Vlčice, Ostroočko, Štětínáč, Lištička, Beruška, Tesák, Bílý Polozub
 - e) Tesák, Bílý Polozub, Beruška, Lištička, Vlčice, Ostroočko, Štětínáč

1.49 Tři kamarádky, Jana, Šárka a Míša, se sešly v kavárně a objednaly si každá jiný zákusek (tiramisu, rakvička se šlehačkou, laskonka) a k němu jiný nápoj (čaj, káva, horká čokoláda). Kdo za co zpáltil, pokud víme, že:

- a) Jana si nedala tiramisu
- b) ta, která si dala laskonku, pila čaj
- c) Míša si nedala laskonku
- d) ta, která měla rakvičku se šlehačkou, neměla čokoládu
- e) Jana nepila čaj

1.50 V kavárně se sešli tři umělci: sochař Bílý, pianista Černý a malíř Ryšavý. „Je pozoruhodné, že jeden z nás má vlasy bílé, jeden černé a jeden ryšavé, ale nikdo nemá vlasy té barvy, na kterou ukazuje jeho příjmení,“ poznamenal černovlasý. „Máš pravdu,“ odpověděl Bílý. Jaké vlasy má malíř?

1.51 Do školy přijdou tři noví žáci, Šmíd, Vacek a Březina. Jejich křestní jména jsou, nikoliv nutně v odpovídajícím pořadí, Karel, Petr a Ríša. Šmíd se nejmenuje Karel. Otec Jitky Sedláčkové je bratr Šmídovy matky. Školník, pan Smola, je Petrův dědeček. Vacek je o rok starší než Petr. Jak se chlapci jmenují?

1.52 Čtyři hudebníci – Prošek, Váňa, Karásek a Marek – hrají klavírní kvartet (housle, viola, cello, klavír). Prošek svůj nástroj sám neodnese. Houslista je mladší než Marek. Cellista není ženatý. Paní Váňová a Marková pracují ve stejné firmě. Určete, kdo hraje na který nástroj.

1.53 Žili čtyři bratři. Každý v jiné vesnici a každý choval jiná zvířata. Petr nebydlel v Machníně a Jan v Proseči. Pavel pěstoval drůbež a nebydlel v Doníně, ani v Proseči. Prasata nepěstoval ani Jiří ani Jan. Jeden z bratrů choval koně. Chovatelem králíků není Petr ani Jiří a ve Lhotce bydlí chovatel vepřů. Kde kdo bydlel a co choval?

- 1.54** V restauraci u stolu sedí čtyři muži, vždy dva a dva proti sobě: Plaček, Nesvadba, Dvořák a Král. Jejich zaměstnání je: úředník, redaktor, technik a spisovatel. Proti Plačkovi sedí spisovatel. Král je švagr úředníka. Úředník sedí po pravici Plačka. Král vypravuje, jak byli se spisovatelem a s Nesvadbou na výletě. Redaktor má chatu vedle Plačka.
Jaké má kdo zaměstnání?
- 1.55** Každý ze čtyř kamarádů chodí na jiný kroužek a mluví jiným cizím jazykem. Na co chodí Petr a jakým jazykem hovoří, pokud víme, že: Lukáš chodí na fotbal
- b) Ten kdo umí anglicky, hraje hokej
 - c) Petr nechodí na basketbal
 - d) Honza nemluví německy
 - e) Lukáš ovládá francouzštinu
 - f) Mirek nehraje hokej
 - g) Petr nemluví anglicky
 - h) Honza nehraje házenou
 - i) Basketbalista neumí rusky

2 MATICE

2.1 K uvedeným maticím určete transponované matice:

$$\text{a) } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

2.2 Vypočtete:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{5} & \frac{7}{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{3}{4} \\ \frac{2}{3} & \frac{5}{12} \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \pi \\ \log 2 & \sqrt{27} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sqrt{8} & 2\pi \\ \log 5 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} 3,2 & 1,8 \\ 5,3 & -2,1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1,2 & 3,3 \\ 2,8 & -5,3 \end{pmatrix}$$

2.3 Vypočtete:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 0,3 & 0,2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,4 & 0,1 \\ 0,7 & -0,6 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{5} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

$$\text{f) } \begin{pmatrix} -5 & -6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{g) } \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{h) } \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{i) } \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{j) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{k) } \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{l) } \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{m) } \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$$

$$\text{n) } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{p) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & 2 & 6 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{q) } \begin{pmatrix} -12 & -5 & -26 \\ 0 & 5 & 10 \\ 0 & 5 & 14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & 2 & 6 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

2.4 Vypočítejte hodnotu matice:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 7 & -21 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{d) } \begin{pmatrix} 5 & 10 & -15 \\ -1 & -2 & 3 \\ 4 & 8 & -12 \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 \end{pmatrix} \quad \text{f) } \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & -1 & 2 \\ 6 & -2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{g) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 12 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & -3 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{h) } \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{3}{4} & \frac{5}{8} & \frac{7}{4} \\ \frac{3}{5} & \frac{9}{10} & \frac{1}{15} \end{pmatrix}$$

$$\text{i) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.5 Pro která $x \in \mathbb{R}$ (popř. $y \in \mathbb{R}$) je hodnota matice nižší než maximálně možná:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & x \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 & x & 3 \\ 3 & -1 & 2 \\ x & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & x & 5 \\ 3 & 3 & x \end{pmatrix} \quad \text{d) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & x & y \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$$

2.6 Určete inverzní matici k matici:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{5}{6} & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e) } \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \\ -1 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad \text{f) } \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{6} \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

$$\text{g) } \begin{pmatrix} a & 0 \\ -b & 1 \end{pmatrix}, a \neq 0 \quad \text{h) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{i) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{j) } \begin{pmatrix} -5 & -2 & 3 \\ -1 & 5 & -1 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{k) } \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$l) \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 10 \end{pmatrix}$$

$$m) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$n) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$p) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

2.7 Řešte maticové rovnice:

$$a) A \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot B \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2.8 Řešte maticovou rovnici $A \cdot X - 3 \cdot X = B$ pro $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2.9 Nalezněte všechny matice, které komutují s maticí $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

2.10 Z maticové rovnice nejdříve vyjádřete matici X , do výsledku pak dosadte dané matice a vypočítejte.

$$a) AX - A = BX; A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$b) XA + XB = 2X + B; A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$c) 3AX - 2X = 10E; A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$d) XA - 2XB = C; A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$e) XA = A + X; A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$f) AX + E = 2X; A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -2 \\ 6 & 5 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2.11 Následující soustavy řešte pomocí inverzní matice:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \begin{cases} 3x_1 - x_2 = 21 \\ x_1 + 2x_2 = 14 \end{cases} & \text{b)} \quad \begin{cases} x_2 + 3x_3 = -2 \\ x_1 - x_3 = 1 \\ -3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases} \end{array}$$

2.12 Pomocí Frobeniovy věty rozhodněte, zda soustava je řešitelná.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2 \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3 \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 5 \end{cases} & \text{b)} \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 = 0 \\ 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_4 = 0 \\ -2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases} \end{array}$$

2.13 Proveďte diskusi řešitelnosti soustavy rovnic vzhledem k parametru a :

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \begin{cases} 2ax + y = 1 \\ x + 2ay = 1 \end{cases} & \text{b)} \quad \begin{cases} x - y = a \\ ax + ay = b \end{cases} \\ \text{c)} \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 8x_4 = 5 \\ x_1 - 6x_2 - 9x_3 - 20x_4 = -11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 + ax_4 = 2 \end{cases} & \text{d)} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 6x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \\ 8x_1 + 12x_2 + 7x_3 + ax_4 = 9 \end{cases} \\ \text{e)} \quad \begin{cases} (a+1)x + y + z = 1 \\ x + (a+1)y + z = a \\ x + y + (a+1)z = a^2 \end{cases} & \text{f)} \quad \begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ ax + y + z = 1 \end{cases} \end{array}$$

2.14 Gaussovou eliminační metodou řešte soustavu rovnic:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \begin{cases} 2x + 9y + 12z = 5 \\ 4x + 6y + 8z = 2 \\ 6x + 3y + 8z = 2 \end{cases} & \text{b)} \quad \begin{cases} 2x + 3y - z = 18 \\ 3x - 2y + z = 8 \\ x + 2y + z = 24 \end{cases} \\ \text{c)} \quad \begin{cases} a + 2b + c - d = 2 \\ -2a + 3b - c + 2d = 3 \\ 3a - b + 2c - 3d = -1 \\ a - 5b - d = -5 \end{cases} & \text{d)} \quad \begin{cases} a + b + c = 1 \\ 2a - c + 2d = 2 \\ 3a + 2b - d = 8 \\ 2b + 2c - 5d = 5 \end{cases} \\ \text{e)} \quad \begin{cases} x + y - 3z + u - v = 6 \\ 2x + y + 4z - u + 2v = -5 \\ 3x + y + z + u - v = 4 \\ 3x - 4z + 4u - 10v = 6 \\ x - y + 2z + u - 3v = 3 \end{cases} & \text{f)} \quad \begin{cases} a + 2b + 3c - d + e = 26 \\ 2a + 7b - 6c - 2d - e = 46 \\ a + 5b + 2c - 3d + 2e = 37 \\ 3a + 11b - 9c + 8d + 19e = 29 \\ a - 3b + 4c + 2d - 3e = 16 \end{cases} \\ \text{g)} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 + x_5 = 5 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 + x_5 = 4 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 5 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 6 \end{cases} & \text{h)} \quad \begin{cases} a + 2b + c + 3d - e = 3 \\ 2a - b + c + d + 4e = 3 \\ 3a + b - 2c - d - 5e = 2 \\ 4a + 2b + c + d + 2e = 9 \\ 5a - 5b - 5c + d + e = 1 \end{cases} \end{array}$$

2.15 Řešte soustavy rovnic vhodnou substitucí.

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{3}{x} - \frac{5}{y} = -9 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{1}{1-x+y} + \frac{1}{1-x-y} = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{1-x-y} - \frac{1}{1-x+y} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{2}{x-z} = 2 \\ \frac{6}{x+y} + \frac{1}{y+z} = 3 \\ \frac{4}{x-z} - \frac{3}{y+z} = -1 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y-1} + \sqrt{2z-25} = 12 \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{y-1} + \sqrt{2z-25} = 4 \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{y-1} - \sqrt{2z-25} = -6 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} - \frac{1}{z+u} + \frac{1}{x+u} = \frac{10}{3} \\ \frac{3}{x+y} - \frac{1}{y+z} + \frac{3}{z+u} + \frac{3}{x+u} = 0 \\ \frac{6}{x+y} + \frac{2}{y+z} - \frac{1}{z+u} + \frac{2}{x+u} = 7 \\ -\frac{1}{x+y} + \frac{1}{3y+3z} + \frac{1}{z+u} + \frac{4}{x+u} = 3 \end{cases}$$

2.16 Ze 129 studentů jednoho ročníku univerzity chodí pravidelně do menzy na oběd nebo večeři 116 studentů, 62 studentů denně dochází na nejvýše jedno z těchto jídel. Přitom na obědy chodí o 47 studentů více než na večeři. Kolik studentů chodí na obědy i večeře? Kolik studentů chodí na večeři? Kolik studentů chodí jen na oběd?

2.17 Ve firmě, která vyrábí limonádu, se za jednu hodinu spotřebuje celkem 1500 PET lahví, do kterých se rozlije celkem 10,5 hl limonády. Menších lahvích o objemech 0,25 l a 0,5 l se během hodiny naplní dvakrát více než větších lahví o objemech 1 l a 2 l. Nejmenších lahví se naplní třikrát více než těch největších. Kolik kterých lahví se tedy naplní?

2.18 Při průzkumu 200 rodin bylo zjištěno, že pouze jedno zvíře má 131, alespoň dvě zvířata má 33 rodin, kočku a psa má dvakrát méně rodin než morče a psa, rodin se všemi třemi zvířaty je 18krát menší než rodin bez zvířete, 98 rodin má psa, 57 rodin má kočku, rodin s morčetem bez kočky je 29. Kolik rodin má pouze psa, kolik pouze kočku, kolik pouze morče, kolik rodin má všechna tři zvířata a kolik rodin je bez zvířete?

3 DETERMINANTY

3.1 Vypočítejte determinant.

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} & \text{b)} \begin{vmatrix} 5 & 11 & 2 \\ 3 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} & \text{c)} \begin{vmatrix} 8 & 16 & 3 \\ 12 & 7 & 10 \\ 16 & 6 & 6 \end{vmatrix} & \text{d)} \begin{vmatrix} 3 & 0,5 & 0,3 \\ 0,1 & 0,2 & 2 \\ 3 & 7 & 8 \end{vmatrix} \\
 \text{e)} \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} \end{vmatrix} & \text{f)} \begin{vmatrix} 2 & \frac{1}{2} & 3 \\ -2 & 4 & \frac{1}{3} \\ 4 & 3 & 8 \end{vmatrix} & \text{g)} \begin{vmatrix} 50 & 20 & 15 \\ -10 & -10 & 10 \\ 30 & 15 & 10 \end{vmatrix} & \text{h)} \begin{vmatrix} 7 & 8 & 11 \\ 12 & 6 & 5 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} \\
 \text{ch)} \begin{vmatrix} -5 & 11 & 12 \\ 3 & -7 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} & \text{i)} \begin{vmatrix} 55 & 44 & 11 \\ 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} & \text{j)} \begin{vmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 16 \end{vmatrix} & \text{k)} \begin{vmatrix} 5 & 0 & -4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 7 & 9 \end{vmatrix} \\
 \text{l)} \begin{vmatrix} 6 & 8 & 10 \\ 11 & 13 & 15 \\ 5 & 3 & 1 \end{vmatrix} & \text{m)} \begin{vmatrix} 5 & -4 & 3 \\ -\frac{1}{3} & 2 & 6 \\ 9 & 12 & 15 \end{vmatrix} & \text{n)} \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & 2 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & 7 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} & \text{o)} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \\
 \text{p)} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} & \text{q)} \begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 11 \\ 12 & 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 19 & 20 \end{vmatrix} & \text{r)} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} & \text{ř)} \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \\
 \text{s)} \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 2 & \frac{1}{3} \\ 2 & 6 & 0 & \frac{1}{6} \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix} & \text{š)} \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} & \text{t)} \begin{vmatrix} 5 & 10 & 15 & 20 \\ 12 & 6 & 8 & -4 \\ -5 & -5 & 5 & 5 \\ 4 & 6 & 2 & 1 \end{vmatrix} & \text{ť)} \begin{vmatrix} \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{4} \\ -1 & 72 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} \\
 \text{u)} \begin{vmatrix} 4 & 3 & 9 & 5 \\ -4 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & -2 \end{vmatrix} & \text{v)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 10 & 9 & 8 \\ 7 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix} & \text{w)} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} & \text{x)} \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 4 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & -4 \\ 3 & 2 & 7 & 4 & -5 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \\
 \text{y)} \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 6 & 6 & 6 & 6 & 0 \end{vmatrix} & \text{z)} \begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 & 3 & -3 \\ 2 & \frac{3}{2} & \frac{1}{3} & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{2}{3} \\ 3 & 0 & -1 & 0 & 6 \\ 2 & -\frac{1}{2} & 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} & \text{ž)} \begin{vmatrix} 2 & 2 & -2 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 & 1 & 4 & -4 \\ 2 & 3 & 2 & -1 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -4 & 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}
 \end{array}$$

3.2 Řešte determinanty:

a) $\begin{vmatrix} x+y & x-y \\ x-y & x+y \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 1 & \log_2 5 \\ \log_5 2 & 1 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{vmatrix}$

e) $\begin{vmatrix} x & y & z \\ y & 0 & y \\ z & y & x \end{vmatrix}$

f) $\begin{vmatrix} x & 0 & y \\ 0 & z & 0 \\ y & 0 & x \end{vmatrix}$

3.3 Řešte rovnice:

a) $\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$

b) $\begin{vmatrix} x^2 & 3 & 2 \\ x & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 0$

c) $\begin{vmatrix} x & 1 & x \\ 2 & x & 3 \\ x & 4 & x \end{vmatrix} = 6$

3.4 Vypočítejte rozvojem dle zvoleného řádku nebo sloupce následující determinanty:

a) $\begin{vmatrix} -3 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & -4 & 3 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & -3 \\ -2 & 0 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 0 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & -3 \\ 4 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 3$$

$$2x_1 - 3x_2 + x_4 = 0$$

$$3x_1 - 4x_3 - x_4 = -2$$

$$-2x_1 + x_2 + x_4 = 4$$

3.5 Cramerovým pravidlem vypočítejte x_1 ze soustavy:**3.6** Vypočítejte následující determinanty (výsledek vyjádřete obecně), víte-li, že

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 5 & 7 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 4 & 8 \\ 6 & 9 & 3 & 3 \end{vmatrix} = k.$$

a) $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 2 & 6 \\ 2 & 7 & 4 & 9 \\ 3 & 1 & 4 & 3 \\ 5 & 4 & 8 & 3 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 5 & 7 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 3 & 3 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 & 10 \\ 5 & 7 & 1 & 4 \\ 6 & 9 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 8 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} 5 & 7 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$

3.7 Pomocí determinantů určete inverzní matici k matici $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -5 \end{pmatrix}$.**3.8** Pomocí determinantů rozhodněte, zda je daná matice singulární, nebo regulární.

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & 5 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

3.9 Řešte (ne)rovnice:

a) $\begin{vmatrix} 2x & -3 \\ x-1 & 1-x \end{vmatrix} \geq 0$

b) $\begin{vmatrix} 1/x & 2 \\ x^2 & 4x \end{vmatrix} = 0$

c) $\begin{vmatrix} a+x & x \\ -x & x-a \end{vmatrix} = a^2$

d) $\begin{vmatrix} x & x+1 & x-1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0$

e) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & x \\ 0 & 1 & x+2 \\ 5 & -3 & 1 \end{vmatrix} > 0$

f) $\begin{vmatrix} 1 & x & x \\ 1 & 1 & x \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4$

3.10 Řešte soustavu rovnic s parametrem:

$2x + ay + z = 2$

$4x + y + 2z = 0$

a) $x - az = -2$

b) $x + py - z = 0$

$9x + 5y + 6z = 12$

$6x + y + 2pz = 0$

$px_1 + x_2 + x_3 = 1$

$x + 3y + z = 1$

c) $x_1 + px_2 + x_3 = p$

d) $2x - y - 3z = 0$

$x_1 + x_2 + px_3 = p^2$

$3x + ay - 2z = 3$

4 KOMPLEXNÍ ČÍSLA

4.1 Vyjádřete jako komplexní číslo v algebraickém tvaru.

a) $i^3 + i^{13} + i^{23} + i^{33} + i^{43}$

b) $i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot i^4 \cdot \dots \cdot i^{50}$

c) $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{50}$

d) $1 + i^4 + i^8 + i^{12} + \dots + i^{52}$

e) $[(1+2i) - (3-i)] \cdot (1-i)^2$

f) $[(1+2i) - (3-i)]^2 \cdot (1-i)$

g) $3(-1+i)(1-i) - i(2-3i)$

h) $(\sqrt{2}-i\sqrt{3})i\sqrt{3} + (\sqrt{3}-i\sqrt{2})i\sqrt{2}$

i) $\frac{3+4i}{2-5i}$

j) $\frac{1}{2+i} \cdot \frac{1-i}{i}$

k) $\frac{2-i}{-3+i} - \frac{1+2i}{1-3i}$

l) $2 + \frac{1}{3i} - \frac{3}{i^3}$

m) $\frac{10}{3-2i} + \frac{3-2i}{10}$

n) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{-2} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2$

o) $\overline{1+i \cdot 2+3i} \cdot (1+3i)$

p) $\frac{2+3i}{3+i} \cdot \overline{7+3i} + \overline{2+3i}$

q) $\frac{2+3i}{1-i} + \frac{2+5i}{1+i} - 3i$

r) $(5+4i)^2(1+i)^2(3-i)$

s) $\frac{1+2i}{3-i} + (1+2i)^2 - \frac{1}{i}$

4.2 Vypočítejte a vyjádřete v algebraickém tvaru:

a) $\left|\frac{3+i}{2-i}\right|$

b) $|2-3i|^2$

c) $|2+5i| \cdot |-7i|$

d) $\left|\frac{1+3i}{2-i} + |-5i| \cdot \frac{5}{|3-4i|}\right|$

e) $\left|1-i + \frac{1+2i}{3-i}\right|$

f) $||2-3i|-i||2+i||$

g) $\left|\frac{i}{\sqrt{3}+i\sqrt{2}}\right|$

h) $||2+3i|^2 + (2+3i)^2|$

i) $\frac{1}{\frac{1}{1-i}+1} + \frac{1}{\frac{1}{1+i}-1}$

j) $\frac{\left|\frac{3-4i}{5i}\right| + \left|\frac{2+i}{1-2i}\right|}{1+2i}$

k) $\left|\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}i\right|$

l) $|\sqrt{2+\sqrt{3}} + i\sqrt{2+\sqrt{3}}|$

4.3 Určete odmocninu komplexního čísla: a) $\sqrt{5-12i}$, b) $\sqrt{3+4i}$

4.4 Vyjádřete jako komplexní číslo v goniometrickém a exponenciálním tvaru.

a) $z = 1 + \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$

b) $z = -1 + i\sqrt{3}$

c) $\frac{1}{\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}}$

f) $2i \sin \frac{\pi}{4} \cdot (\cos \frac{7\pi}{3} + i \sin \frac{7\pi}{3}) (\cos(-\frac{2\pi}{3}) + i \sin(-\frac{2\pi}{3}))$

g) $\frac{\cos \frac{5}{6}\pi + i \sin \frac{5}{6}\pi}{1-i} \cdot \frac{1+i}{\cos \frac{7}{6}\pi + i \sin \frac{7}{6}\pi}$

d) $\frac{\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6}}{2i}$

e) $(1-i)(\cos \frac{5}{12}\pi + i \sin \frac{5}{12}\pi)$

4.5 Řešte v $\mathbb{C}$ rovnice:

a) $\frac{i}{1-2i}z + 2i = z - \frac{1}{2+i}$

b) $\frac{1+2i}{1-i}z + \frac{1}{1+i} = 0$

c) $\frac{2i}{1+i}z - \frac{3-i}{2-3i} = i$

d) $\frac{z}{1+i\sqrt{2}} = iz + 1$

e) $z(\sqrt{2}-i)^2 = (i^{-1}+2)^2$

f) $(1+i\sqrt{3})z = 1-i\sqrt{3}$, určete $|z|$

g) $\frac{z}{2+i} + i(4z-2+i) = 11i-15$

h) $(2+3i)z + iz = 1-i$

i) $(5-i^{-1})\bar{z} + 2z = 22i$

j) $|z| - z = 1+2i$

k) $(2-i^{-1})\bar{z} + 2z = 10i$

l) $\bar{z}(z-1) = |z-1|^2$

m) $(3-4i)^2 - 2\bar{z} = z$

4.6 Řešte graficky v Gaussově rovině:

a) $|z-i| \geq |z+1-2i|$

b) $|1+i| \geq |z| > \frac{1}{2}$

c) $\left| \frac{\bar{z}}{|z|} + |z| \right| < 2$

d) $\frac{1}{|1-i|} \leq |z|$

e) $|z-1| \geq |z-i|$

f) $z = \bar{z}$

g) $|z-3| = 2$

h) $|z-2-3i| = |z|$

i) $|z-1| < |z+i|$

j) $|z-i| \leq |z+3i|$

4.7 Užítím Moivreovy věty vypočtete:

a) $(\cos \frac{1}{3}\pi + i \sin \frac{1}{3}\pi)^{62}$

b) $(1-i)^{100}$

c) $(1 + \cos \frac{1}{4}\pi + i \sin \frac{1}{4}\pi)^{12}$

d) $(-1+i)^{66} - i(1+i)^{80}$

e) $(\cos \frac{1}{4}\pi + i \sin \frac{1}{4}\pi)^{-50}$

f) $\left(\frac{1}{1+i}\right)^{10}$

g) $(\sqrt{3}-i)^{-8}$

4.8 Řešte v $\mathbb{C}$ rovnice:

a) $x^2 + 2x + 5 = 0$

b) $i \cdot x^2 + 3x - 3 = 0$

c) $x^2 - 3ix + 4 = 0$

d) $x^2 + 2ix + i - 1 = 0$

e) $(i+1)x^2 + (2i-1)x - 1 = 0$

f) $16x^4 + 81 = 0$

g) $27x^3 - 125 = 0$

h) $81x^4 - 25 = 0$

i) $x^7 - 1 = 0$

j) $x^4 + 1 = 0$

k) $x^6 + 1 = 0$

l) $x^2 - i = 0$

m) $x^3 - i = 0$

n) $x^3 + i = 0$

o) $x^5 + i = 0$

4.9 Řešte v $\mathbb{C}$ reciproké rovnice:

a) $5x^4 - 26x^3 + 10x^2 - 26x + 5 = 0$

b) $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$

c) $8x^4 - 54x^3 + 101x^2 - 54x + 8 = 0$

d) $10x^4 + 101x^3 - 101x - 10 = 0$

e) $6x^4 + 5x^3 - 38x^2 + 5x + 6 = 0$

f) $5x^4 - 26x^3 + 26x - 5 = 0$

g) $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$

h) $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$

i) $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$

j) $7x^3 + 57x^2 + 57x + 7 = 0$

k) $2x^4 + 5x^3 - 5x - 2 = 0$

l) $2x^5 + 5x^4 - 13x^3 - 13x^2 + 5x + 2 = 0$

m) $6x^5 + x^4 - 43x^3 - 43x^2 + x + 6 = 0$

n) $8x^5 + 22x^4 - 55x^3 - 55x^2 + 22x + 8 = 0$

o) $6x^6 + 5x^5 - 44x^4 + 44x^2 - 5x - 6 = 0$